ریاضی

گیارھویں جماعت کی درسی کتاب

© NCERT
not to be republished

5162

جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

5162- RIYAZI (MATHEMATICS)
Textbook for Class XI

ISBN 81-7450-589-X

پہلاایڈیشن

جون 2006 ویشاکھ 1928

دیگرطباعت

جولائی 2009 شراون 1931

اکتوبر 2019 اشون 1941

جولائی 2020 آشاڑھ 1942

مارچ 2021 پھالگن 1942

PD NTR SPA

© نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ، 2006

جُملہ حقوق محفوظ

- ناشر کی پہلے سے اجازت حاصل کیے بغیر، اس کتاب کے کسی بھی حصے کو دوبارہ پیش کرنا، یاد داشت کے ذریعے بازیافت کے سسٹم میں اس کو محفوظ کرنا یا برقیاتی، میکانیکی، فوٹو کاپینگ، ریکارڈنگ کے کسی بھی وسیلے سے اس کی ترسیل کرنا منع ہے۔
- اس کتاب کو اس شرط کے ساتھ فروخت کیا جارہا ہے کہ اسے ناشر کی اجازت کے بغیر، اس شکل کے علاوہ جس میں کہ یہ چھاپی گئی ہے یعنی، اس کی موجودہ جلد بندی اور سرورق میں تبدیلی کر کے، تجارت کے طور پر نہ تو مستعار دیا جاسکتا ہے، نہ دوبارہ فروخت کیا جاسکتا ہے، نہ کرایہ پر دیا جاسکتا ہے اور نہ ہی تلف کیا جاسکتا ہے۔
- کتاب کے صفحہ پر جو قیمت درج ہے وہ اس کتاب کی صحیح قیمت ہے۔ کوئی بھی نظرثانی شدہ قیمت چاہے وہ ربر کی مہر کے ذریعے یا چپکی یا کسی اور ذریعے ظاہر کی جائے تو وہ غلط متصوّر ہوگی اور ناقابل قبول ہوگی۔

این سی ای آر ٹی کے پبلی کیشن ڈپارٹمنٹ کے دفاتر

این سی ای آر ٹی کیمپس
سری اروندو مارگ
نئی دہلی - 110016 **فون** 011-26562708

108,100 فِٹ روڈ ہوسڈے کیرے ہیلی
ایکسٹینشن بناشنکری III اسٹیج
بینگلورو - 560085 **فون** 080-26725740

نوجیون ٹرسٹ بھون
ڈاک گھر، نوجیون
احمد آباد - 380014 **فون** 079-27541446

سی ڈبلیو سی کیمپس
بمقابل ڈھانکل بس اسٹاپ، پانی ہاٹی
کولکاتا - 700114 **فون** 033-25530454

سی ڈبلیو سی کامپلیکس
مالی گاؤں
گواہاٹی - 781021 **فون** 0361-2674869

قیمت: ₹ ???.00

اشاعتی ٹیم

ہیڈ، پبلی کیشن ڈویژن	:	انوپ کمار راجپوت
چیف ایڈیٹر	:	شویتا اُپّل
چیف پروڈکشن آفیسر	:	ارون چتکارا
چیف بزنس منیجر (انچارج)	:	وپن دیوان
ایڈیٹر	:	سید پرویز احمد
پروڈکشن آفیسر	:	ونود کمار

سرورق اور تزئین

اروندر چاولہ

این سی ای آر ٹی واٹر مارک 80 جی ایس ایم کاغذ پر شائع شدہ

سیکریٹری، نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ، شری اروند و مارگ نئی دہلی۔ 110016 نے ________

____

________ میں چھپوا کر پبلی کیشن ڈویژن سے شائع کیا۔

© NCERT not to be republished

پیش لفظ

قومی درسیات کا خاکہ (NCF)، 2005 اس کی سفارش کرتا ہے کہ بچوں کی اسکول کی زندگی ان کی اسکول کے باہر کی زندگی سے مربوط ہونی چاہیے۔ یہ اصول ورثہ میں چلی آرہی کتابی پڑھائی کو خیرآباد کرتا ہے جس نے آج تک ہمارے نظام میں اسکول، گھر اور معاشرہ کے درمیان ایک خلا پیدا کیا ہوا ہے۔ اس بنیادی خیال کو پائے تکمیل تک لانے کی کوشش NCF کے ذریعے نصاب اور نصابی کتابوں میں دکھائی دیتی ہے۔ اس میں یہ بھی کوشش کی گئی ہے کہ بغیر سوچے سمجھے یاد کرنا اور مختلف مضمونوں کے علاقوں کے درمیان دیوار کھڑی کرنے کی حوصلہ افزائی نہ کی جائے۔ ہمیں امید ہے کہ یہ پیمانے ہمیں معنی خیز انداز سے بچوں کو تعلیم کے مرکزی نظام کے اور قریب لے آئیں گے جیسا کہ تعلیم کی قومی پالیسی (1986) میں کہا گیا ہے۔

اس کوشش کی کامیابی اس بات پر مبنی ہے کہ اسکول کے پرنسپل صاحبان اور اساتذہ کس طرح کے قدم اٹھاتے ہیں بچوں کی حوصلہ افزائی کرنے کے لئے تاکہ بچوں کی خیالی سوچ اور سوالوں کو عملی جامہ پہنایا جاسکے۔ ہمیں یہ پہچاننا چاہیے کہ دی ہوئی جگہ، وقت اور آزادی سے اپنے آپ کو بڑوں سے ملی جانکاری کا استعمال کرکے بچے کس طرح نئی معلومات پیدا کرتے ہیں۔ کیونکہ امتحان کے لئے نصابی کتابیں ہی پڑھائی کا واحد ذریعہ ہیں یہی وجہ ہے کہ دوسرے جانکاری کے ذرائع کو بالائے طاق رکھ دیا جاتا ہے۔ تخلیق کاری کی تلقین کرنا نصیحت کرنا اور پیش قدمی کرنا اسی وقت ممکن ہے جب ہم بچوں کو معلومات حاصل کرنے والا ایک ساکن سامع سمجھنے کے بجائے ہم اُنھیں سرگرمی سے شرکت کرنے والا سمجھیں گے۔

ان کا مقصد ہے اسکول کے روزمرّہ کے کاموں میں قابلِ غور بدلاؤ اور ان کے کام کرنے کے طریقوں میں نیاپن۔ روزانہ کے ٹائم ٹیبل میں لچیلا پن اتنا ہی ضروری ہے جتنا کہ پورے سال کے کلینڈر کا لاگو کرنا تاکہ مطلوبہ پڑھائی کے دن اصلیت میں پڑھائی پر خرچ ہوں۔ پڑھائی اور بچّوں کی کارکردگی کے لئے استعمال کئے گئے طریقے یہ بھی بتائیں گے کہ یہ کتاب ایک ذہن بیزاری ہونے کے بجائے بچوں کی زندگی کو اسکول میں ایک خوشگوار آزمائش کرنے میں کتنی اثر دار ہے۔ نصابی خاکہ تیار کرنے والوں نے یہ کوشش کی ہے کہ مسئلہ کو پیش کرنے میں معلومات کو مختلف مرحلوں پر دوبارہ سوچا جائے اور دوسرے انداز میں پیش کیا جائے تاکہ بچے کی نفسیاتی کیفیت اور پڑھائی کے لیے ملنے والے وقت کو بھی ذہن میں رکھا جاسکے۔ نصابی کتاب

© NCERT not to be republished

میں یہ کوشش کی گئی ہے اور بڑھاوا دیا گیا ہے اور بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے اور مواقع کے لئے جگہ دی گئی ہے اور غور وفکر کیا گیا ہے کہ چھوٹے چھوٹے گروپ ہوں اور بچے خود کر کے تجربہ حاصل کریں۔

نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اور ٹریننگ (NCERT) نصابی کتاب کو بڑھاوا دینے والی کمیٹی کے محنت سے کئے گئے کام کی قدر کرتی ہے جو لوگ اس کتاب میں ذمہ دار ہیں یہ سائنس اور ریاضی کے صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن پروفیسر جے۔ وی۔ نارلیکر اور اس کتاب کے چیف صلاح کار پروفیسر پی۔ کے۔ جین کا شکریہ ادا کرتے ہیں اس کمیٹی کے کام کی رہنمائی کرنے کے لئے۔ بہت سے اساتذہ نے اس کتاب کو بڑھاوا دینے میں اہم رول ادا کیا ہے، ہم ان کے پرنسپل صاحبان کا بھی شکریہ ادا کرتے ہیں جنھوں نے اسے پائے تکمیل تک پہنچایا۔

ہم ان اِداروں اور تنظیموں کے بھی بے حد شکر گزار ہیں جنھوں نے اپنے فنڈ، ضروریات کے حساب سے سامان اور صلاحیت سے بھرپور لوگوں کا استعمال کرنے دیا۔ خاص طور پر ہم نیشنل مانیٹرنگ کمیٹی کے ممبران کے بے حد شکر گزار ہیں جو کہ ڈپارٹمنٹ آف سیکنڈری اینڈ ہائیر ایجوکیشن منسٹری آف ہیومن ریسورس ڈیولپمنٹ، پروفیسر مری نال میری اور پروفیسر جی۔ پی۔ دیش پانڈے کے چیئر پرسن شپ کے زیرِ اہتمام بنائی گئی ان کی بیش قیمتی صلاح اور وقت کے لئے۔ ایک تنظیمی کمیٹی کے طور پر جو کہ انتظامی طور پر لگاتار بہتری اور اچھائی کی طرف بڑھ رہی ہے اپنی پروڈکشن کی طرف (NCERT) صلاح ومشورے کے لئے خوش آمدید کرتی ہے تا کہ ہم آگے بہتری اور نفاست کی طرف گامزن ہو سکیں۔

ہم اس نصابی کتاب کے اردو ترجمے کی ذمہ داری بخوبی انجام دینے کے لیے جامعہ ملیہ اسلامیہ، نئی دہلی کے شکر گزار ہیں، خاص طور پر جامعہ ملیہ اسلامیہ کے وائس چانسلر پروفیسر مشیر الحسن اور محترمہ رخشندہ جلیل کے ممنون وشکر گزار ہیں جنھوں نے مرکز برائے جواہر لعل نہرو اسٹڈیز، جامعہ ملیہ اسلامیہ کے آوٹ ریچ پروگرام کے ذریعہ اس عمل میں رابطہ کار کے فرائض بخوبی انجام دیئے۔ اس کتاب کے ترجمہ کے لئے ہم اطہر پرویز کے شکر گزار ہیں۔ بحیثیت ایک تنظیم کے ہم مجموعی اصلاحات اور اپنے یہاں تیار مواد کے معیار کو بہتر بنانے کے لئے پابند ہیں۔ این سی ای آر ٹی، اس سلسلہ میں آپ کی رائے اور مشوروں کا خیر مقدم کرے گی۔

نئی دہلی
20 دسمبر 2006

ڈائریکٹر
نیشنل کونسل آف ایجوکیشنل ریسرچ اینڈ ٹریننگ

© NCERT not to be republished

درسی کتاب تیار کرنے والی کمیٹی

سائنس اور ریاضی کا صلاح کار گروپ کے چیئر پرسن

جے۔وی۔نارلیکار، امریٹس پروفیسر ایڈوائزری کمیٹی کے چیئر پرسن، انٹر یونیورسٹی سینٹر فار ایسٹرونومی اینڈ ایسٹروفزکس (IUCCA)، گنیش بھنڈ، پونہ یونیورسٹی، پونے

خصوصی صلاح کار

پی۔کے۔جین پروفیسر، شعبۂ ریاضی، دہلی یونیورسٹی، دہلی

خصوصی کوآرڈی نیٹر

حکم سنگھ پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبران

اے۔کے۔راجپوت، ریڈر، آر آئی ای بھوپال، مدھیہ پردیش

اے۔کے۔وازلوار، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

بی۔ایس۔پی۔راجو، پروفیسر، آر آئی ای میسور، کرناٹک

سی۔آر۔پردیپ، اسسٹینٹ پروفیسر، شعبۂ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس۔بنگلور، کرناٹک

پرادیپتو ہورے، سینئر ریاضی ماسٹر، سرلا برلا اکیڈمی، بنگلور، کرناٹک

ایس۔بی ترپاٹھی، لیکچرر، راجکیہ پرتبھا وِکاس ودھالیہ، سورج مل دہار، دہلی

ایس۔کے۔ایس۔گوتم، پروفیسر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

سنجے کمار سنہا، پی جی ٹی، سنسکرتی اسکول چانکیہ پوری، نئی دہلی

سنجے مُوگل، لیکچرر، سی آئی ای ٹی، نئی دہلی

اِسنیہا ٹیٹوس، ریاضی ٹیچر، ادیتی مالیہ اسکول، ایلا اریکا، بنگلور، کرناٹک

سُجا تا ورما، ریڈر (ریاضی)، اگنو، (IGNOU) نئی دہلی

اُدے سنگھ، لیکچرر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

ممبر کوآرڈی نیٹر

وی۔پی۔سنگھ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئی دہلی

© NCERT not to be republished

اظہارِ تشکر

کونسل ذیل شرکت کرنے والوں اور بیش قیمتی حصّہ لینے والوں کی نصابی کتاب ورکشاپ میں محنت کو پُر جوش طریقے سے قبول کرتی ہے۔ پی۔ بھاسکر کمار، پی جی ٹی، جواہر نو ودے ودیالہ، اننتھ پور، مدھیہ پردیش؛ ونایک بوجاڈے، لیکچرر، وی در بھا بنیادی جونیئر کالج، سکاردرا چوک / ناگ پور، مہاراشٹر؛ ندیتا کالرا، لیکچرر، سرو ودیہ کنیا ودیالہ، وکاس پوری ڈسٹرک سینٹر، نئ دہلی؛ پی۔ایل۔ سچدیوا ڈیپارٹمنٹ ریاضی، انڈین انسٹی ٹیوٹ آف سائنس، بنگلور: کرناٹک۔پی۔کے۔تیواری، اسسٹینٹ کمشنر (ریٹائرڈ)، کیندریہ ودیالیہ سنگھٹن، جگدیش سرن، ڈیپارٹمنٹ آف اسٹیٹسٹک، یونیورسٹی آف دہلی؛ قدوس خاں، لیکچرر، شبلی نیشنل پی۔جی۔کالج اعظم گڑھ، اترپردیش؛ سمت کمار جین، لیکچرر، کے۔ایل۔جین انٹرکالج سائنسی ہاتھرس، اترپردیش۔

آر۔پی۔ گیہارے، لیکچرر (بی۔آر۔سی)، جن پر شکشا کیندر چی چومی ڈسٹرکٹ، بتیل، مدھیہ پردیش؛ سنگیتا اروڑا، پی جی ٹی، اے۔پی۔جے۔اسکول ساکیت۔نئ دہلی؛ پی۔این۔ملہوترا، اے۔ڈی۔ای۔(سائنس)، ڈائیریکٹوریٹ آف ایجوکیشن، دہلی؛ ڈی۔آر۔شرما، پی جی ٹی، جے۔این۔وی۔منگیس پور، دہلی؛ سروج، پی جی ٹی، گورنمنٹ گرلس سینیئر سیکنڈری اسکول، نمبر 1، روپ نگر، دہلی اور آر۔پی۔موریہ، ریڈر، ڈی ای ایس ایم، این سی ای آر ٹی، نئ دہلی۔

© NCERT not to be republished

فہرست

پیش لفظ	*iii*
درسی کتاب تیار کرنے والی کمیٹی	*v*
1۔ سیٹس	**1**
1.1 تعارف	1
1.2 سیٹس اور اُن کے اظہار	1
1.3 خالی سیٹ	7
1.4 متناہی اور لامتناہی سیٹ	8
1.5 مساوی سیٹس	10
1.6 ذیلی سیٹ	13
1.7 قوت سیٹ	17
1.8 آفاقی سیٹ	17
1.9 وین ڈائی گرام	19
1.10 سیٹوں پر عملیات	20
1.11 سیٹ کا تکملہ	27
1.12 دو سیٹوں کے اتحاد اور تقاطع پر عملی مسئلہ	30
2۔ رشتے اور تفاعلات	**43**
2.1 تعارف	43
2.2 سیٹوں کا کارتیزی حاصل ضرب	43
2.3 رشتے	48
2.4 تفاعلات	51

© NCERT not to be republished

3۔ ٹرگنومیٹرک تفاعلات	**67**
3.1 تعارف	67
3.2 زاویے	67
3.3 ترگنومیٹریائی تفاعلات	74
3.4 دوزاویوں کے جوڑ اور فرق کے ٹرگنومیٹرک تفاعلات	83
3.5 ٹرگنومیٹرک مساواتیں	95
4۔ ریاضی کے امالی اصول	**108**
4.1 تعارف	108
4.2 دلچسپی پیدا کرنا	109
4.3 ریاضی کے امالی اصول	110
5۔ پیچیدہ اعداد اور دو درجی مساواتیں	**122**
5.1 تعارف	122
5.2 پیچیدہ اعداد	122
5.3 پیچیدہ اعداد کا الجبرا	123
5.4 ایک پیچیدہ عدد کا مقیاس اور زوجی	128
5.5 آرگنڈ مستوی اور قطبی تعبیر (اظہار)	130
5.6 دو درجی مساواتیں	134
6۔ خطی نامساواتیں	**143**
6.1 تعارف	143
6.2 نامساوات	143
6.3 ایک متغیر والی خطی نامساواتوں کے الجبری حل اور اُنہیں گراف کے ذریعے دکھانا	145
6.4 دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کا گرافی حل	152
6.5 دو متغیروں میں خطی نامساواتوں کے نظام کا حل	158

© NCERT not to be republished

7۔ مبادلے اور اجتماع **166**

7.1 تعارف 166

7.2 گنتی کا بنیادی اصول 166

7.3 مبادلہ 171

7.4 اجتماع 182

8۔ دورکنی مسئلہ **195**

8.1 تعارف 195

8.2 دورکنی مسئلہ مثبت صحیح قوت نما کے لیے 195

8.3 عام اور درمیانی ارکان 204

9۔ تواتر اور سلسلئے **215**

9.1 تعارف 215

9.2 تواترات 216

9.3 سلسلئے 217

9.4 حسابی تصاعد (A.P) 220

9.5 جیومیٹریائی تصاعد (G.P) 225

9.6 A.M اور G.M کے درمیان رشتہ 231

9.7 کچھ خاص سلسلئے کے 'n' ارکان کا جوڑ 234

10۔ سیدھے خطوط **246**

10.1 تعارف 246

10.2 ایک خط کا سلوپ 248

10.3 ایک خط کی مساوات کی مختلف قسمیں 257

10.4 ایک خط کی عام مساوات 267

10.5 ایک نقطے کا ایک خط سے فاصلہ 271

© NCERT not to be republished

11۔ مخروطی تراشے	**285**
11.1 تعارف	285
11.2 مخروط کے تراشے	285
11.3 دائرہ	289
11.4 مکافی	291
11.5 ناقص	298
11.6 زائد	307
12۔ سہ ابعادی جیومیٹری کا تعارف	**321**
12.1 تعارف	321
12.2 سہ ابعادی خلاء میں مختص محاور اور مختص مستوئیں	322
12.3 خلاء میں ایک نقطہ کی مختص مستوئیں	322
12.4 دو نقاط کے درمیان فاصلہ	325
12.5 سیکشن فارمولہ	328
13. حدود اور مشتقات	**337**
13.1 تعارف	337
13.2 مشتقات کا بغیر تعریف بیان کیے گئے تصور	337
13.3 انتہا	340
13.4 ٹرگنومیٹریائی فنکشن کی حدود	355
13.5 مشتقات	361
14۔ ریاضیاتی استدلال	**380**
14.1 تعارف	380
14.2 بیانات	380
14.3 قدیم سے جدید بیانات	384

© NCERT not to be republished

14.4 خاص الفاظ/جزو جملہ 391
14.5 مفہوم 399
14.6 معتبری بیانات 403

15۔ شماریات 415

15.1 تعارف 415
15.2 انتشار کی ناپ 417
15.3 وسعت 417
15.4 درمیانہ انحراف 418
15.5 عدم مطابقت اور معیاری انحراف 432
15.6 تواتر تقسیم کا تجزیہ 444

16۔ احتمال 457

16.1 تعارف 457
16.2 بلا منصوبہ تجربات 458
16.3 واقعہ 463
16.4 احتمال کا بدیہی نظریہ 472

ضمیمہ 1: لامتناہی سلسلئی 496

A. 1.1 تعارف 496
A. 1.2 کسی بھی قوت کیلیئے دو رکنی مسئلہ 496
A. 1.3 لامحدود جیومیٹریہ سلسلئی 498
A. 1.4 قوت نما سلسئی 500
A. 1.5 لوگارتھمی سلسلئی 503

ضمیمہ 2: ریاضیاتی نمونہ بندی 505

A. 2.1 تعارف 505
A. 2.2 ابتدائیہ 505
A. 2.3 ریاضیاتی نمونہ بندی کیا ہے؟ 511

جوابات 521

سپلی منٹری میٹریل 560

© NCERT not to be republished

بھارت کا آئین

حصہ III (دفعہ 12 سے 35)
(بعض شرائط، چند مستثنات اور واجب پابندیوں کے ساتھ)

بنیادی حقوق

کے ذریعہ منظور شدہ

حق مساوات

- قانون کی نظر میں اور قوانین کا مساویانہ تحفظ
- مذہب، نسل، ذات، جنس یا مقام پیدائش کی بنا پر عوامی جگہوں پر مملکت کے زیر انتظام
- سرکاری ملازمت کے لیے مساوی موقع
- چھوت چھات اور خطابات کا خاتمہ

حق آزادی

- اظہار خیال، مجلس، انجمن، تحریک، بودوباش اور پیشے کا
- سزا کے جرم سے متعلق بعض تحفظات کا
- زندگی اور شخصی آزادی کے تحفظ کا
- 6 سے 14 سال کی عمر کے بچوں کے لیے مفت اور لازمی تعلیم کا
- گرفتاری اور نظر بندی سے متعلق بعض معاملات کے خلاف تحفظ کا

استحصال کے خلاف حق

- انسانوں کی تجارت اور جبری خدمت کی ممانعت کے لیے
- بچوں کو خطرناک کام پر مامور کرنے کی ممانعت کے لیے

مذہب کی آزادی کا حق

- آزادی ضمیر اور قبولِ مذہب اور اس کی پیروی اور تبلیغ
- مذہبی امور کے انتظام کی آزادی
- کسی خاص مذہب کے فروغ کے لیے ٹیکس ادا کرنے کی آزادی
- کلی طور سے مملکت کے زیر انتظام تعلیمی اداروں میں مذہبی تعلیم یا مذہبی عبادت کی آزادی

ثقافتی اور تعلیمی حقوق

- اقلیتوں کی اپنی زبان، رسم خط یا ثقافت کے مفادات کا تحفظ
- اقلیتوں کو اپنی پسند کے تعلیمی ادارے کے قیام اور ان کے انتظام کا حق

قانونی چارہ جوئی کا حق

- سپریم کورٹ یا کورٹ کی جانب سے ہدایات، احکام یا رٹ کے اجرا کو تبدیل کرانے کا حق

© NCERT not to be republished